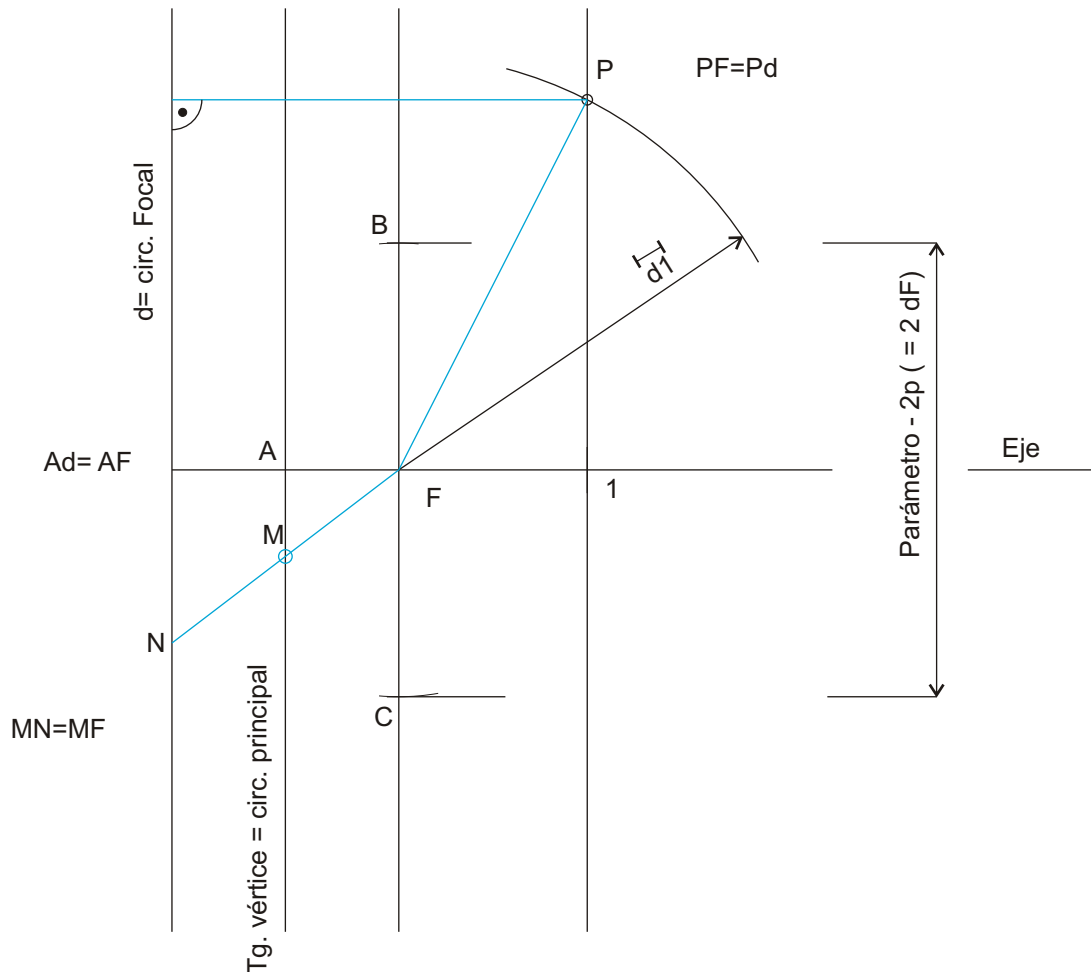


## LA PARÁBOLA. TRAZADOS Y ELEMENTOS PRINCIPALES



La parábola es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta llamada directriz. Podemos definir la parábola por su distancia  $df$ , o bien por su parámetro  $(= 2df)$ .

La directriz de una parábola es la circunferencia focal de centro un punto impropio y radio infinito.

La directriz de una parábola es también el lugar geométrico de los puntos simétricos del foco respecto de las rectas tangentes a la curva.

La tangente por el vértice (circunferencia principal) es el lugar geométrico de los puntos medios de los segmentos que unen el foco y un punto de la directriz.

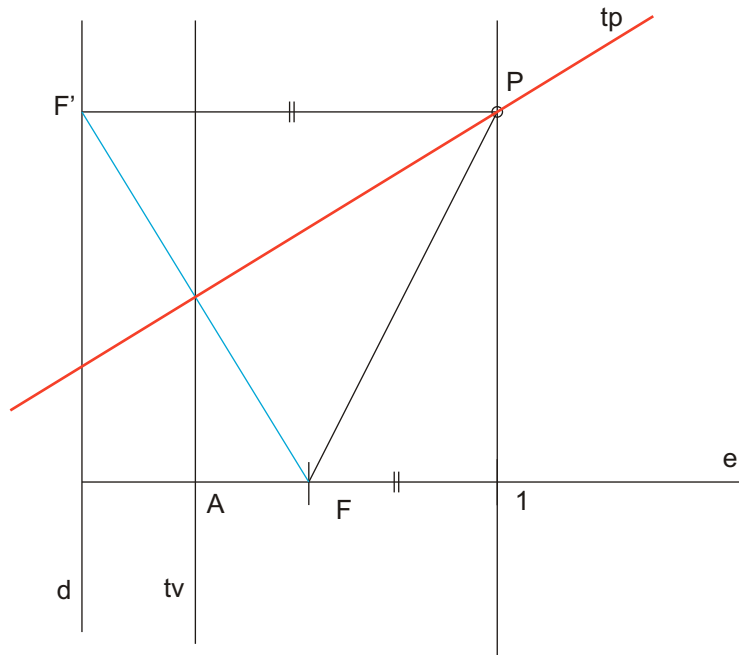
La tangente por el vértice también es el lugar geométrico de los pies de las perpendiculares a las tangentes trazadas desde los focos.

$A$  = Vértice de la parábola.

Los extremos del parámetro,  $B$  y  $C$ , son puntos de la curva.

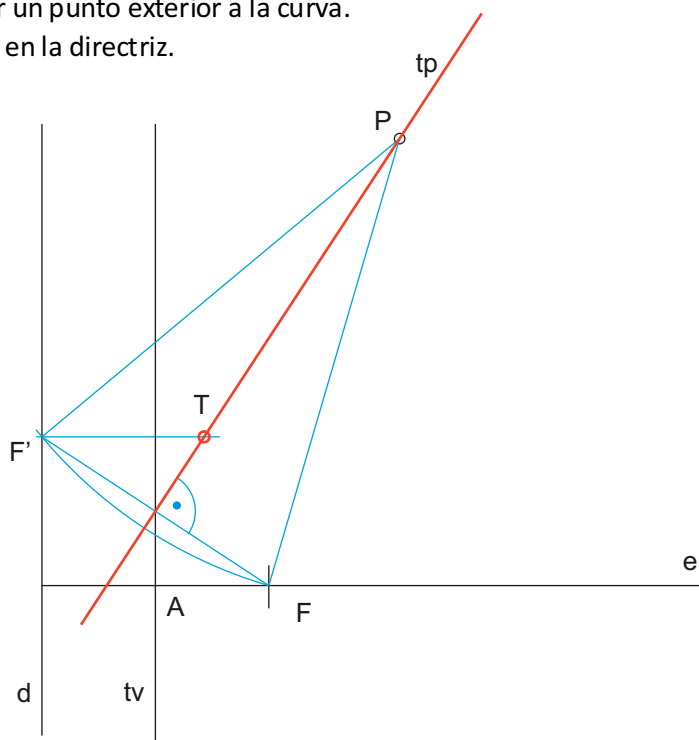
## LA PARÁBOLA. TRAZADOS Y ELEMENTOS PRINCIPALES

Tangentes por un punto de la curva.



La paralela al eje de la parábola por  $P$  corta a la directriz en  $F'$ , simétrico de  $F$  respecto de la tangente. La mediatriz del segmento  $F-F'$  es la tangente buscada.

Tangentes por un punto exterior a la curva.  
Apoyándonos en la directriz.



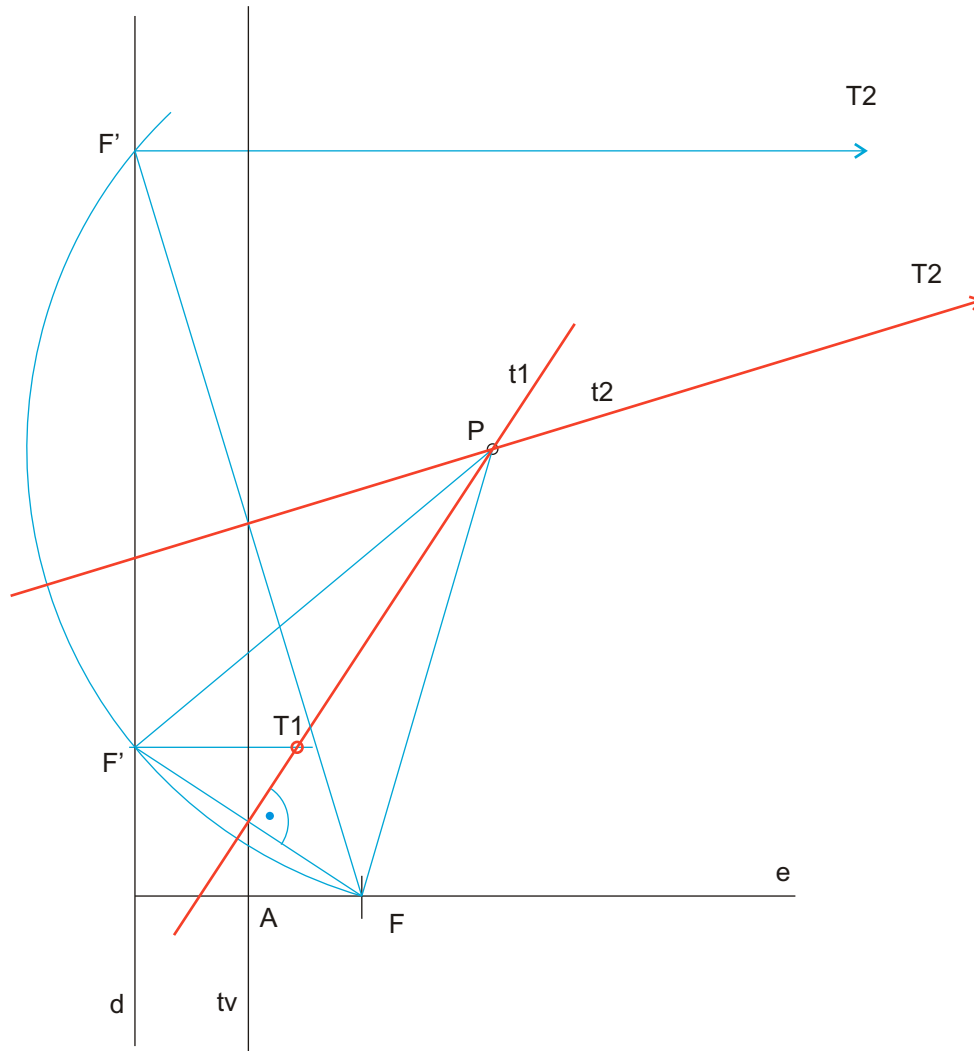
El arco de centro  $P$  y radio  $PF$  corta a la directriz en  $F'$ . Como en el caso anterior, la mediatriz de  $F-F'$  es la tangente a la curva que pasa por  $P$ .

La directriz (circunferencia focal) es el lugar geométrico de los simétricos ( $F'$ ) del foco respecto de las tangentes. Se puede considerar como una circunferencia de centro impropio y radio infinito. Por eso, para hallar el punto de tangencia  $T$ , trazamos por  $F'$  una paralela al eje, en dirección al punto impropio centro de la circunferencia focal.

## LA PARÁBOLA. TRAZADOS Y ELEMENTOS PRINCIPALES

Tangentes por un punto exterior a la curva.

Apoyándonos en la directriz.

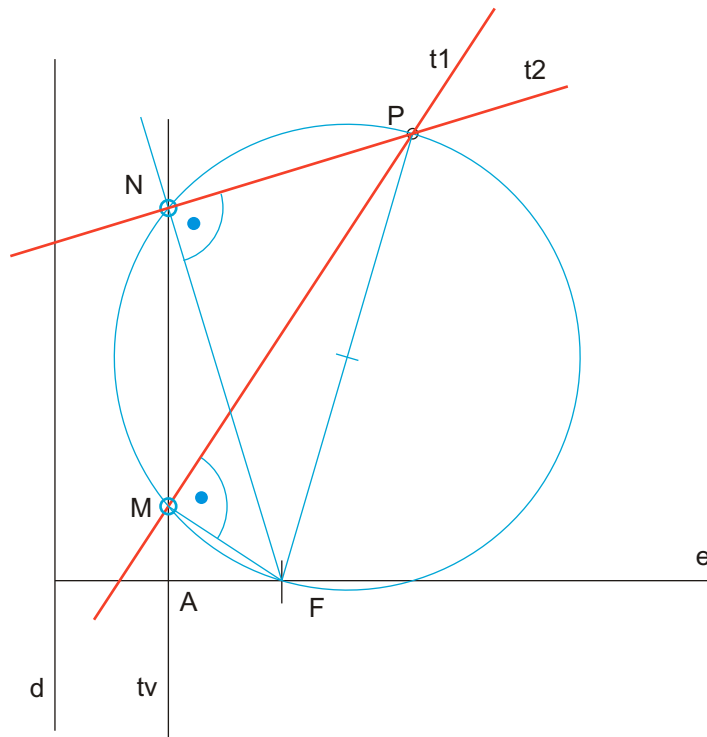


Para dibujar la segunda tangente que pasa por  $P$ , prolongamos el arco de radio  $PF$  hasta que corte en un segundo punto a la directriz, obteniendo otro  $F'$  simétrico del foco. De nuevo trazamos el segmento  $F F'$ , y su mediatriz será la segunda tangente buscada. En este caso la paralela al eje por este  $F'$  corta a la tangente dibujada  $t_2$  en un punto inaccesible de nuestro espacio de dibujo.

## LA PARÁBOLA. TRAZADOS Y ELEMENTOS PRINCIPALES

Tangentes por un punto exterior a la curva.

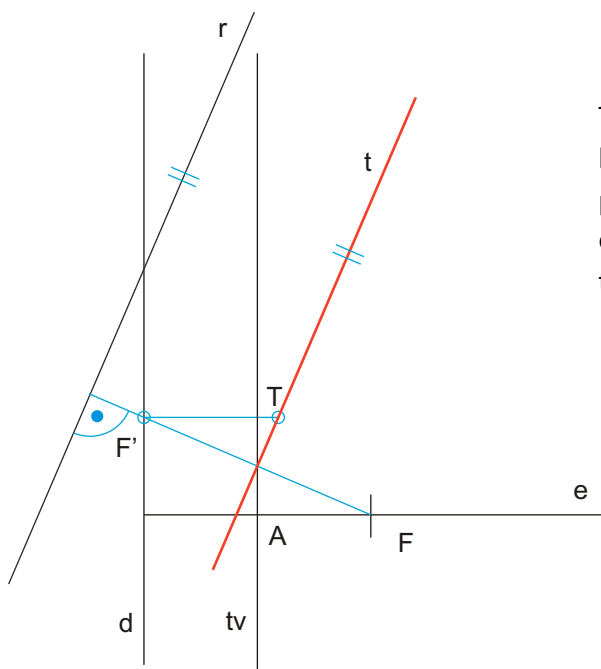
Apoyándonos en la tangente por el vértice.



Dibujando el arco capaz de  $90^\circ$  del segmento  $PF$  obtenemos los puntos  $M$  y  $N$  de intersección con la tangente por el vértice. Estos puntos son los pies de las perpendiculares desde  $F$  a las tangentes, y unidos con  $P$  definen las tangentes buscadas. Para hallar los puntos de tangencia se procede como en el caso anterior, por lo que necesitamos los puntos  $F'$  sobre la directriz.

Tangente paralela a una dirección dada.

Utilizando la directriz.

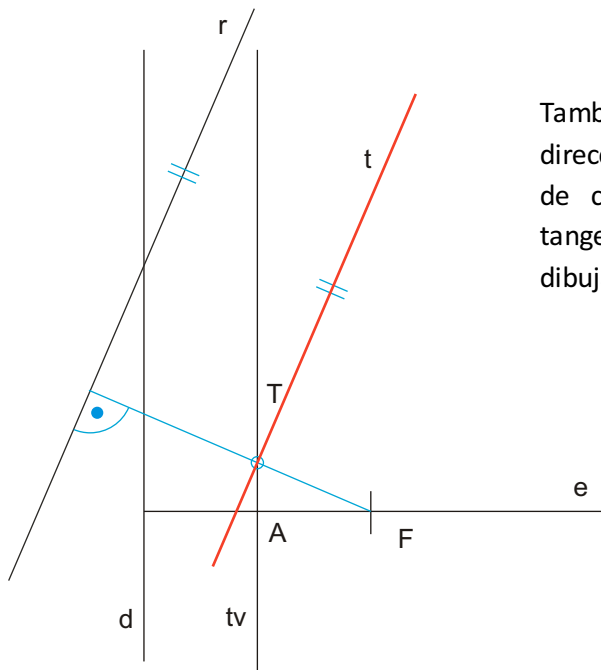


Trazando por  $F$  la perpendicular a la dirección dada, esta perpendicular corta a la directriz en  $F'$ . La mediatriz de  $FF'$  es la tangente buscada.

## LA PARÁBOLA. TRAZADOS Y ELEMENTOS PRINCIPALES

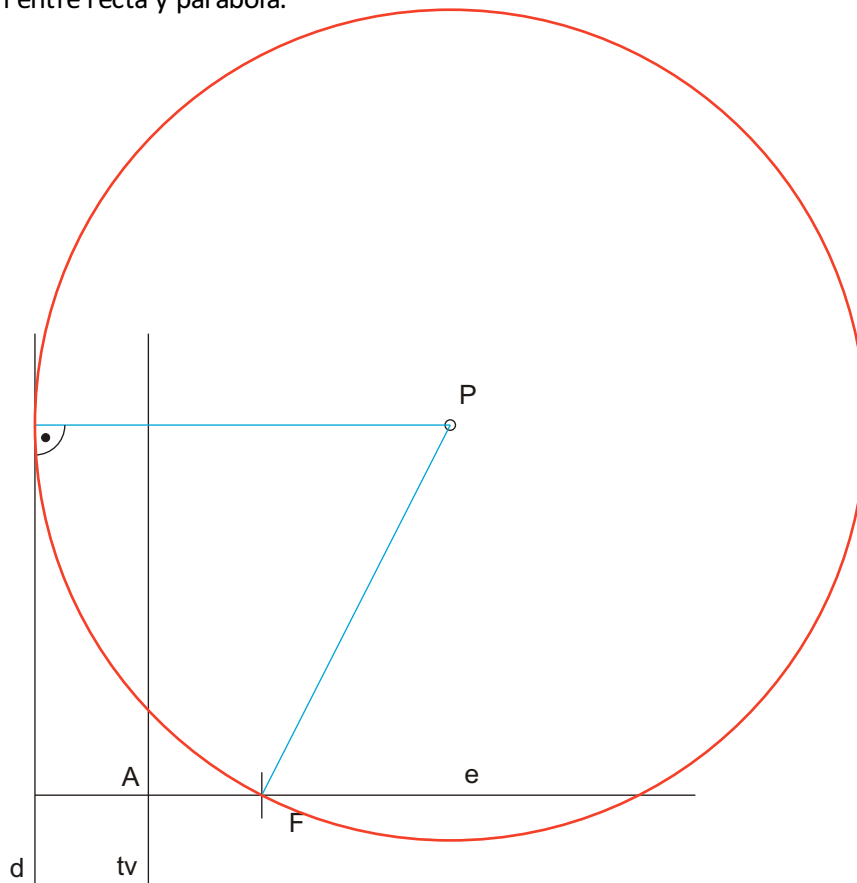
Tangente paralela a una dirección dada.

Utilizando la tangente por el vértice.



También se traza la perpendicular por  $F$  a la dirección dada. Basta con buscar el punto de corte de esta perpendicular con la tangente por el vértice, y por este punto dibujar la paralela a la dirección inicial.

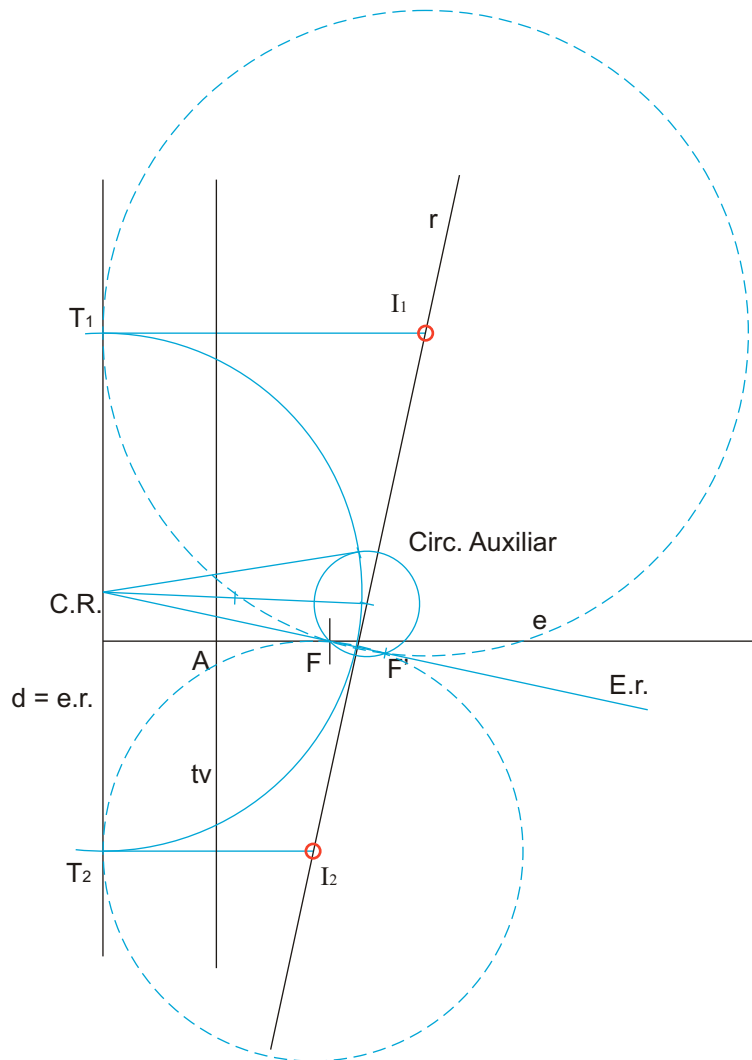
Otra definición de parábola es: lugar geométrico de los centros de las circunferencias tangentes a la directriz y que pasan por el foco. Esta definición nos permite resolver los casos de intersección entre recta y parábola.



## LA PARÁBOLA. TRAZADOS Y ELEMENTOS PRINCIPALES

### INTERSECCIÓN DE RECTA Y PARÁBOLA.

Hallar los puntos de intersección entre la recta  $r$  y la parábola dada.



Este es un caso de circunferencias tangentes a una recta ( $d$ ) que pasan por un punto ( $F$ ) y tienen su centro en una recta dada ( $r$ ).

En primer lugar hallamos  $F'$ , simétrico de  $F$  respecto de  $r$ , y por el que también pasarán las circunferencias tangentes a  $d$ . La recta definida por  $F$  y  $F'$  es el eje radical de todas las circunferencias que pasan por estos dos puntos. Dibujamos una cualquiera de ellas, una circunferencia auxiliar.

La intersección del anterior eje radical con  $d$ , que es a su vez eje radical de la propia directriz y la circunferencia auxiliar, nos da el centro radical de la directriz, la circunferencia auxiliar y las circunferencias soluciones. Hallamos el segmento tangente a la circunferencia auxiliar desde el centro radical. Este segmento abatido sobre la directriz nos da los puntos de tangencia. Desde los mismos hay que buscar el centro de la circunferencia focal, que por ser impropio determina rectas paralelas al eje, en cuyas intersecciones con la recta  $r$  están los puntos de intersección buscados (podemos comprobar que son centros de circunferencias tangentes a la directriz y que pasan por  $F$ ).