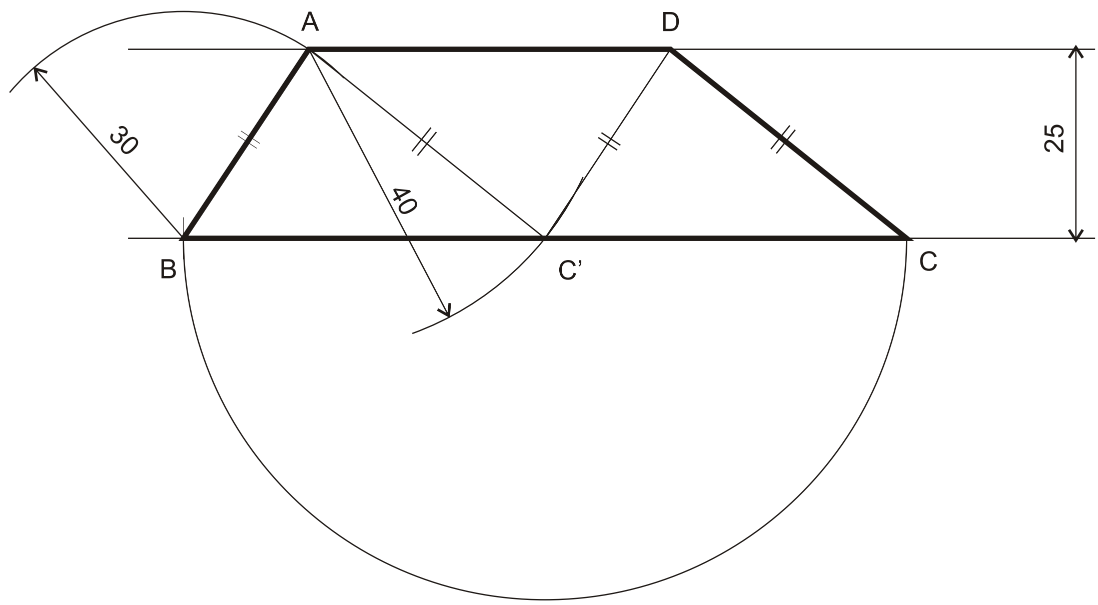
PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPECIOS

1. Construir un trapecio sabiendo que sus lados paralelos cumplen la condición de BC= 2AD, que su altura es de 25 mm y que los lados AB y CD miden 30 y 40 mm respectivamente.

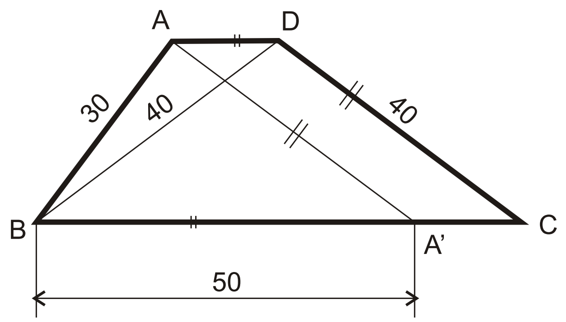


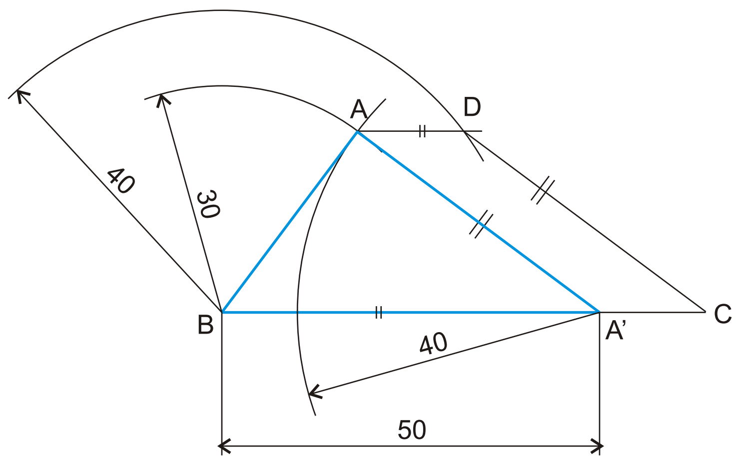
1. Dibujamos dos rectas paralelas a una distancia igual a la altura, 25 mm. En una hipotética solución, observamos que si desplazamos la base superior en una dirección paralela a cualquiera de los lados no paralelos (en este caso paralela al lado AB), acaba ocupando la mitad de la base inferior del trapecio y se convierte en la base de un triángulo cuyos otros dos lados son precisamente los anteriormente citados, AB y CD (en el triángulo auxiliar es C'A). Por tanto, fijamos arbitrariamente el punto B y desde él construimos el triángulo BAC', tomando la medida AB desde B y obteniendo A, y desde A tomando la medida CD, obteniendo C'. Así sabemos la dirección de los dos lados dados y la medida de AD. No tenemos más que llevar dicha medida desde C' al lado opuesto para obtener C y trazar desde este punto una paralela a C'A, obteniendo D.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPECIOS

2. Construir un trapecio sabiendo que la diferencia de sus lados paralelos es BC-AD=50mm, siendo AB=30, BD=40 y CD =40mm.





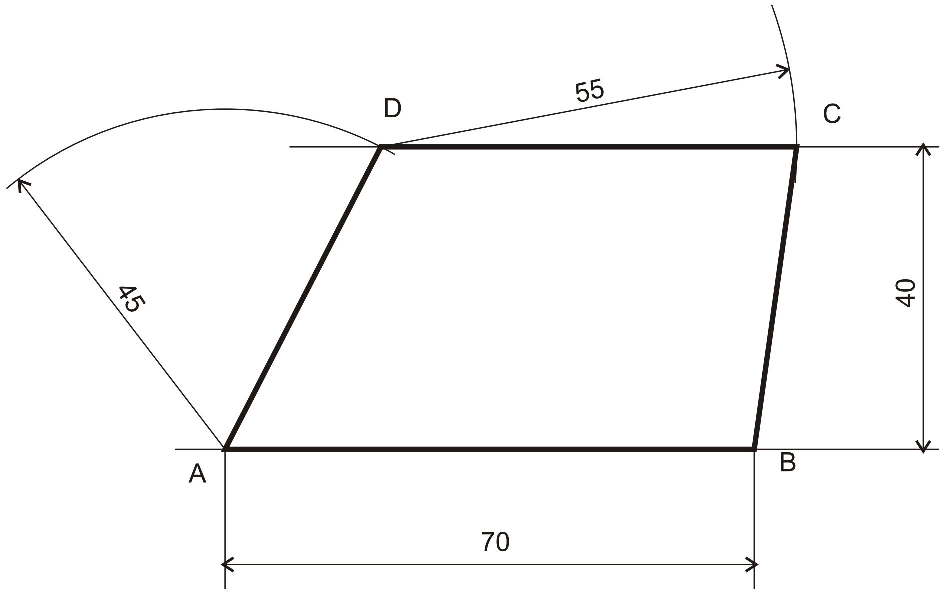
2. Observando la figura de análisis, comprobamos que al desplazar el lado AD en una dirección paralela a CD hasta colocarlo sobre BC, se puede dibujar el triángulo ABA' de lados AB, BA' (= BC-AD), A'A (= CD). Dibujamos este triángulo, de medidas 50, 40, 30 y trazamos una paralela a la base inferior desde A. Haciendo centro en B, trazamos un arco de radio BD (40) que cortará a dicha paralela en el vértice D, desde el cual trazaremos la paralela al lado auxiliar AA', que cortará a la prolongación del lado BA' en el vértice C.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

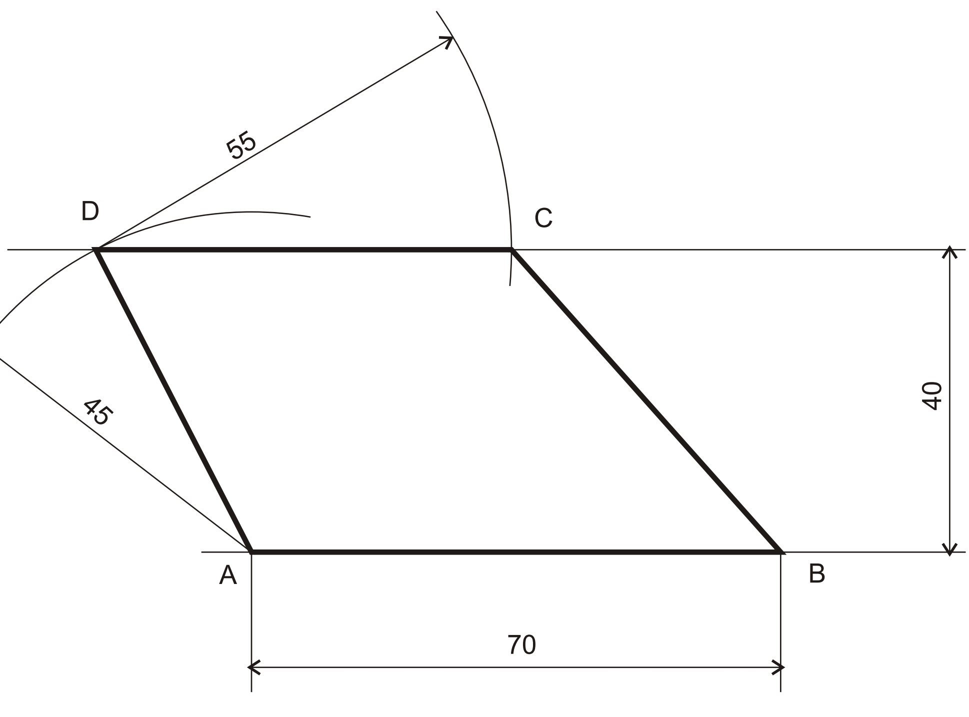
TRAPECIOS

3. Construir un trapecio conocidas las bases, AB=70mm y CD= 55, el lado DA = 45 y la altura h= 40. Dibujar todas las posibles soluciones.

SOLUCIÓN 1



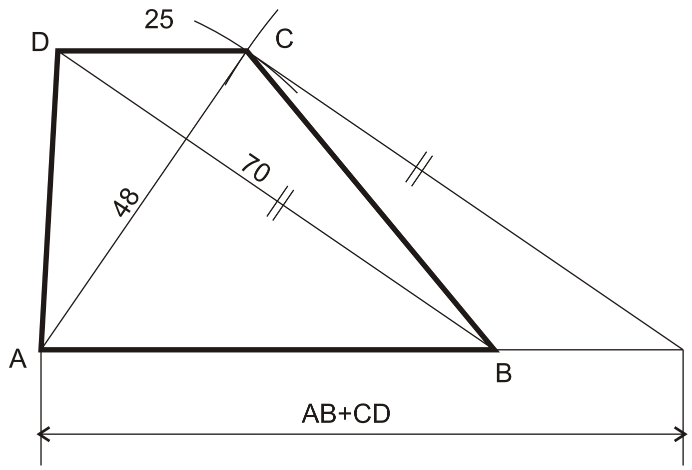
SOLUCIÓN 2

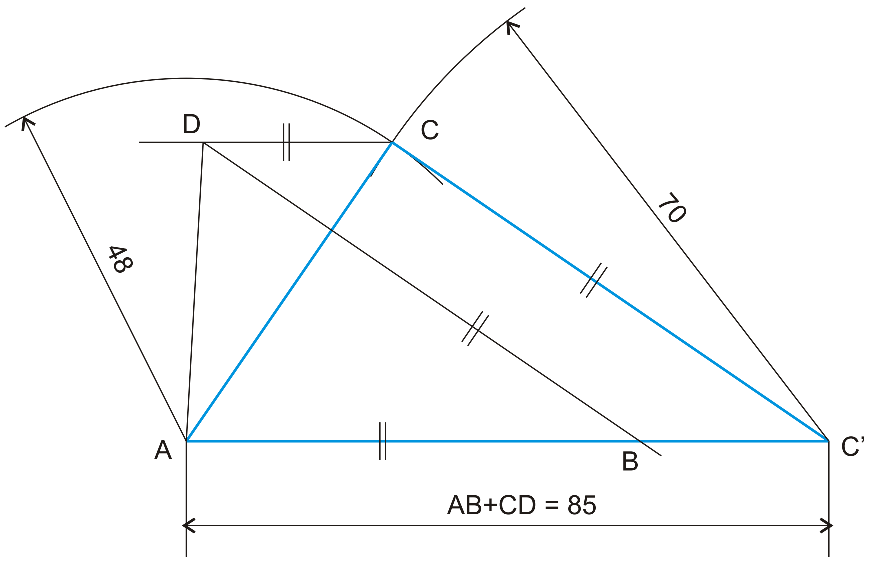


PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPECIOS

4. Dibujar un trapecio conociendo sus bases AB=60mm, CD= 25mm y las diagonales AC= 48mm y BD= 70mm.



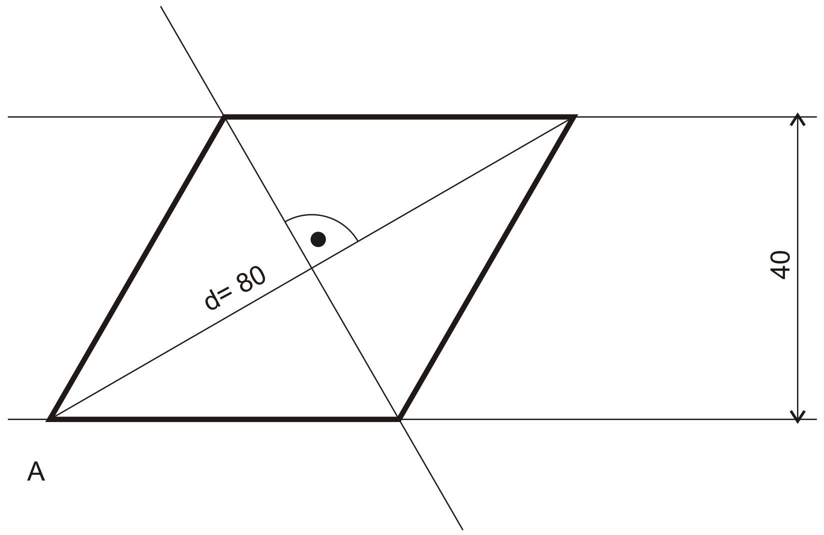


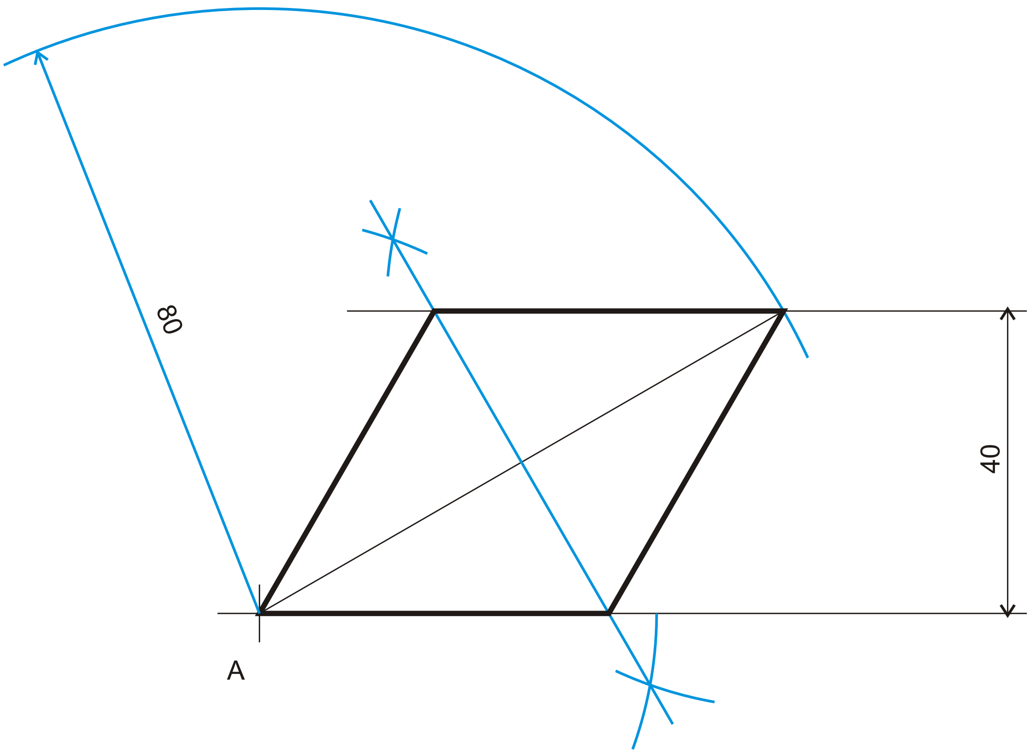
4. En la figura de análisis vemos que si desplazamos la base superior CD en una dirección paralela a la de la diagonal BD, queda a continuación de la base inferior, AB. Así, podemos dibujar un triángulo AC'C, de lados las diagonales dadas y de base la suma de las bases del trapecio. Solucionamos el ejercicio dibujando este triángulo y trazando desde C una horizontal sobre la que tomamos la medida CD=25mm. Desde el vértice D trazamos una paralela al lado C'C, y esta paralela será la diagonal BD, que nos permite encontrar el vértice B, aunque de todas formas podemos cerrar el trapecio tomando las medida de la base mayor también dada.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

1. Dibujar un rombo conociendo una de sus diagonales d= 80mm y la altura h= 40mm.



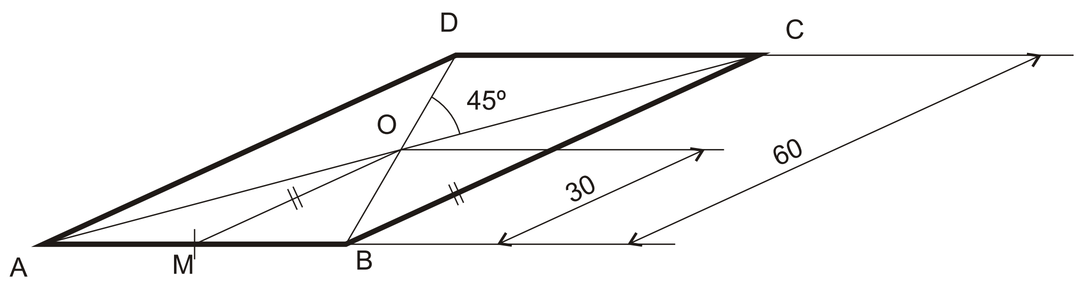


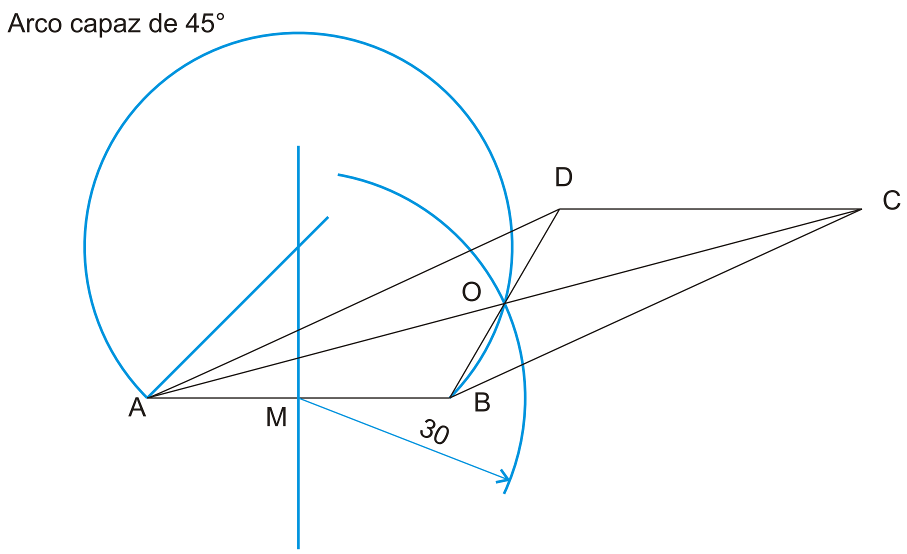
1. La altura de un rombo es la distancia entre sus lados opuestos, por lo que situamos dos rectas paralelas a una distancia igual a h= 40mm. Tomamos un punto arbitrario sobre una de ellas para situar el vértice A, desde el que dibujamos un arco de radio la medida de la diagonal para hallar el vértice opuesto en la otra paralela. Además sabemos que las diagonales en cualquier paralelogramo se bisecan, por lo que la mediatriz de la diagonal que ya tenemos contendrá a la otra, y en sus puntos de corte con las rectas paralelas encontraremos los vértices que faltan.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

2. Dibujar un paralelogramo de lados AB=40 (dado en posición horizontal) y BC= 60mm cuyas diagonales se corten formando 45°. Explíquese el fundamento de la construcción empleada. (AB se da en posición).



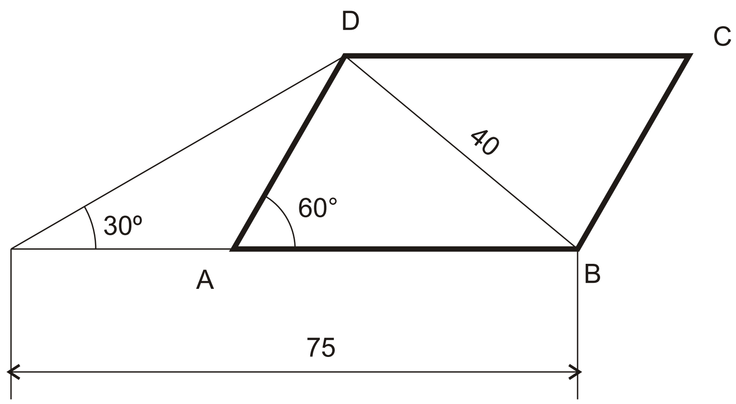


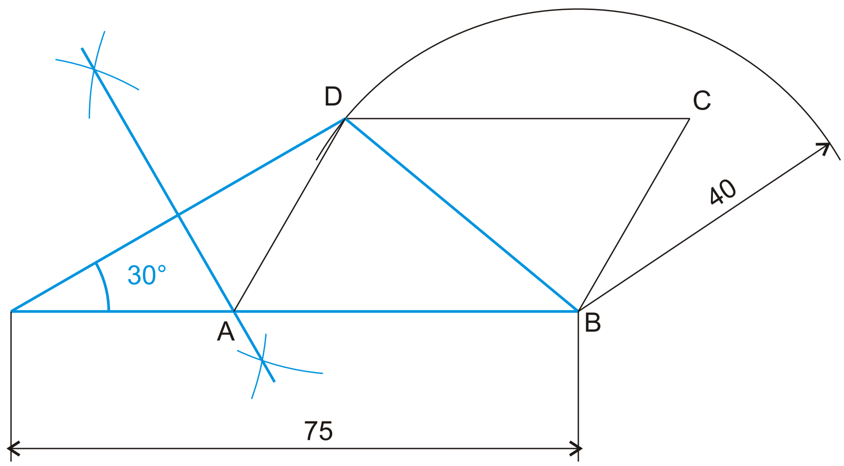
2. En la figura de análisis comprobamos que el punto O de corte de las diagonales se encuentra en la intersección del arco capaz de 45° del lado AB dado y la paralela media al lado BC cuya medida también conocemos. Por tanto el punto O distará del punto medio M de AB la mitad de BC, es decir, 30mm. Para solucionar el ejercicio trazamos el arco capaz de 45° del lado AB, y desde su punto medio M dibujamos un arco de radio 30mm, que cortará al arco capaz en O, punto de corte de las diagonales. Los vértices C y D podemos dibujarlos como simétricos de A y B respectivamente en una simetría central de centro O, o bien hallando el simétrico de M respecto de O y cerrando la figura con rectas paralelas.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

3. Construir un paralelogramo en el que dos de sus lados formen un ángulo de 60° y sumen 75mm, siendo la diagonal menor de 40mm.



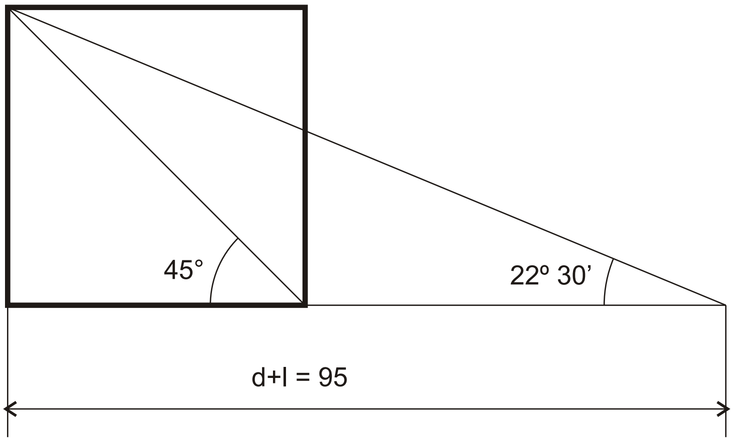


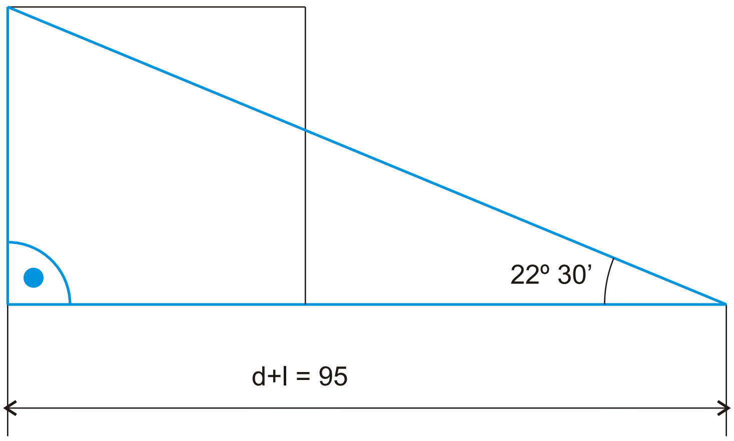
3. En la figura de análisis vemos que la recta que la suma de los lados desiguales del paralelogramo se da por el abatimiento del lado AD sobre la prolongación de AB. De este modo tenemos un triángulo isósceles cuyo ángulo igual es exterior del ángulo dado de 60°, por lo que vale la mitad, 30°. Para solucionar el ejercicio dibujamos un triángulo de base la suma dada, 75 mm, y que tiene como lados la diagonal también dada y una recta que forma 30° con la base por el otro extremo. Ambos lados se cortan en el vértice D. La mediatriz del segmento que forma 30° debe pasar por el vértice A. Unimos estos dos vértices y cerramos el polígono por paralelismo.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

4. Dibujar un cuadrado conociendo la suma de su diagonal y su lado d+l= 95mm.





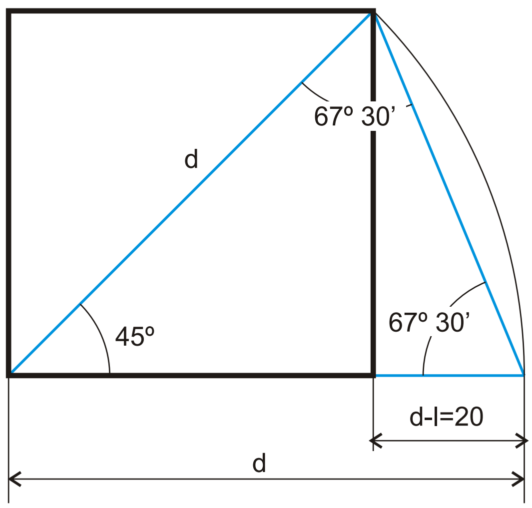
4. De nuevo se presenta un caso en el que utilizamos el ángulo exterior como consecuencia del abatimiento de uno de los lados del cuadrilátero. En este caso el ángulo de referencia es de 45°, el que forma la diagonal abatida con el lado. Por tanto, situamos la suma de la diagonal más el lado, y desde un extremo levantamos un ángulo de 22° 30', la mitad de 45°. Desde el otro extremo levantamos una perpendicular, y donde estas dos rectas se corten tenemos un segundo vértice del cuadrado, que podemos cerrar fácilmente.

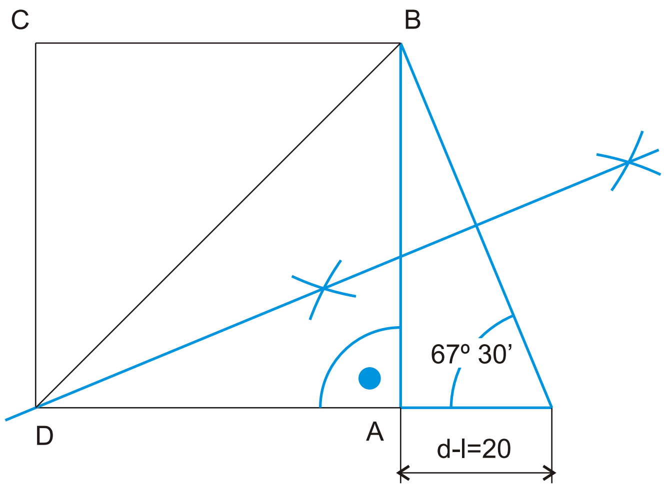
PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

5. Dibujar un cuadrado conociendo la diferencia entre la diagonal y su lado d-l= 20mm.

PROCEDIMIENTO 1





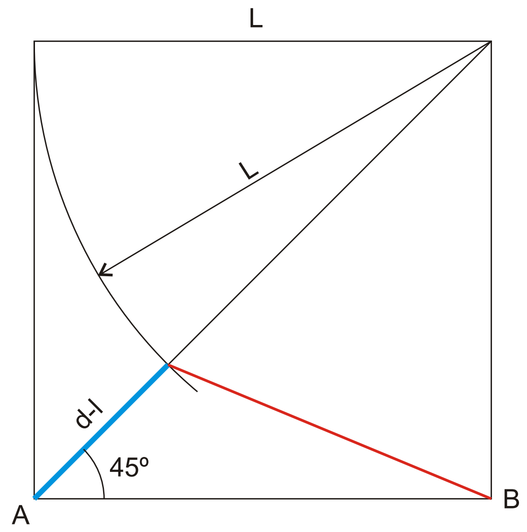
5. En la figura de análisis vemos que si abatimos la diagonal sobre la prolongación del lado horizontal podemos situar la diferencia entre ambos, 20mm. El segmento que une los extremos de la diagonal en estas dos posiciones es el lado desigual de un triángulo isósceles cuyo ángulo desigual es 45°, por lo que los ángulos iguales medirán 22° 30’ cada uno. Para solucionar el ejercicio situamos en horizontal la medida d-l =20, siendo uno de sus extremos el vértice A. Por A levantamos una perpendicular, y por el otro extremo dibujamos una recta que forme 22° 30’ con la horizontal. Donde estas dos rectas se corten obtenemos el segundo vértice del cuadrado, B. Para hallar el resto podemos dibujar la mediatriz del segmento utilizado, o bien abatir el lado AB sobre la horizontal y cerrar por paralelismo.

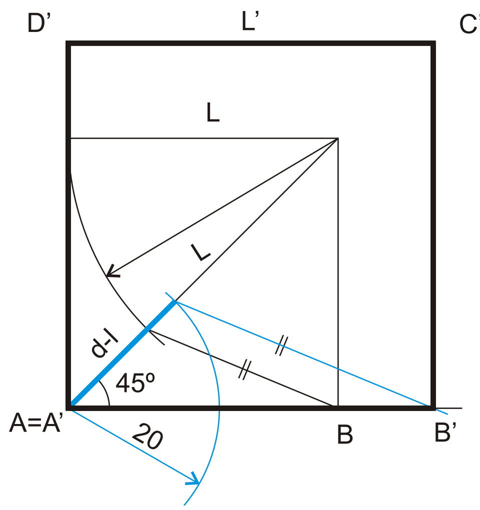
PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

5. Dibujar un cuadrado conociendo la diferencia entre la diagonal y su lado d-l= 20mm.

PROCEDIMIENTO 2



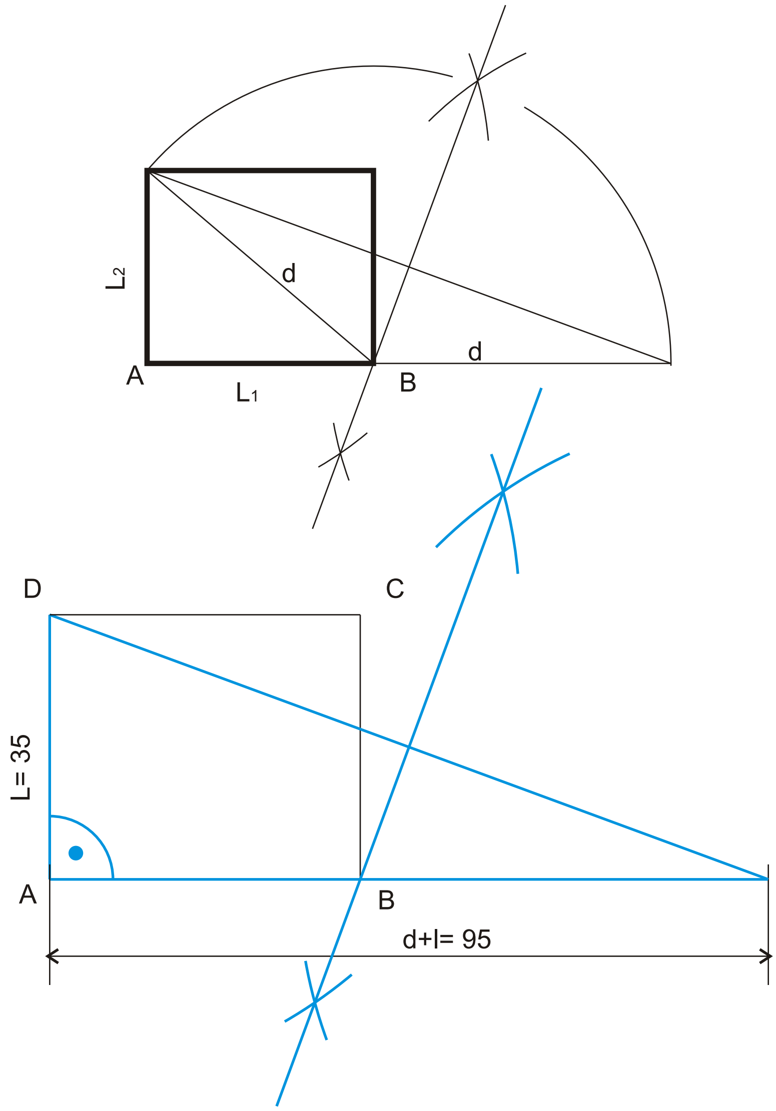


5. Este procedimiento se basa en que todos los cuadrados son semejantes entre sí; por tanto, podemos establecer una homotecia entre dos cuadrados cualesquiera tomando como centro uno de sus vértices. Si observamos la figura de análisis vemos que al abatir un lado sobre la diagonal lo que resta es la medida d-l sobre la que trabajaremos. Si unimos el extremo de ese segmento con el vértice B del cuadrado obtenemos un segmento que forma el mismo ángulo con el lado AB en todos los cuadrados, por ser estos semejantes. Para solucionar el ejercicio dibujamos un cuadrado cualquiera y llevamos el lado sobre la diagonal, obteniendo d-l. Desde su extremo dibujamos una recta que lo una con B. Ahora, sobre la diagonal del cuadrado auxiliar llevamos la medida d-l =20 dada, y trazamos por su extremo una paralela al segmento antes dibujado, obteniendo el vértice B', homotético de B y perteneciente al cuadrado solución. El resto de la construcción no tiene dificultad.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

6. Dibujar un rectángulo conociendo un lado l=35mm y la suma de su diagonal y el otro lado, d+l= 95mm.

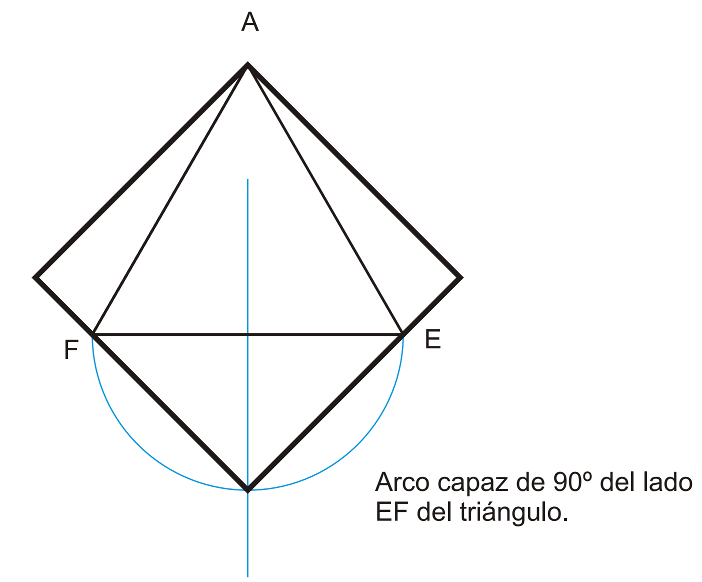


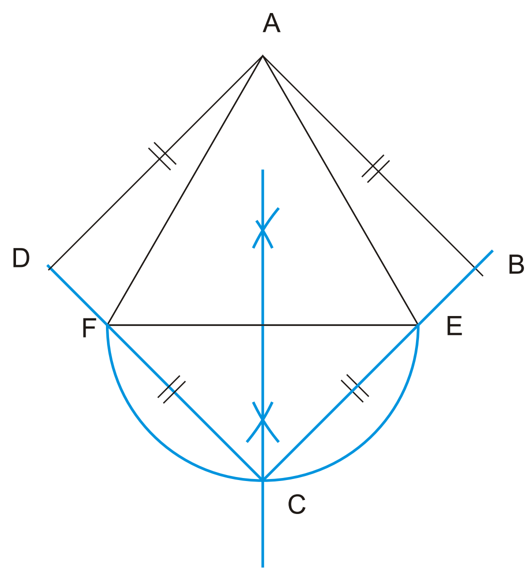
6. En la figura de análisis vemos que abatiendo la diagonal sobre la prolongación del lado se obtiene la suma de ambos, que es uno de los datos. Como con ese abatimiento se obtiene también un triángulo isósceles, la mediatriz del lado desigual nos permite obtener el vértice opuesto, en este caso el vértice B, que separa la medida del lado de la de la diagonal. Para solucionar el ejercicio situamos en horizontal la medida d+l= 95, siendo uno de sus extremos el vértice A del rectángulo. Por A, levantamos un segmento perpendicular con la medida del lado dado, l= 35mm, y unimos su extremo con el opuesto de d+l por medio de un segmento, cuya mediatriz nos permite hallar el vértice B, en su intersección con d+l. El resto de la construcción se hace por paralelismo.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

7. Circunscribir un cuadrado a un triángulo equilátero de modo que tengan un vértice común. (Dado el triángulo equilátero AEF).



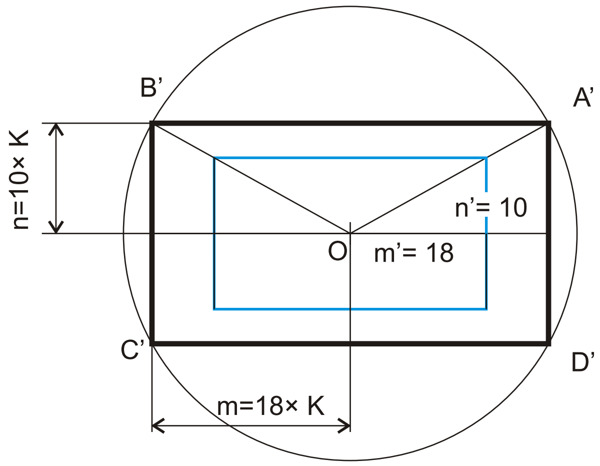


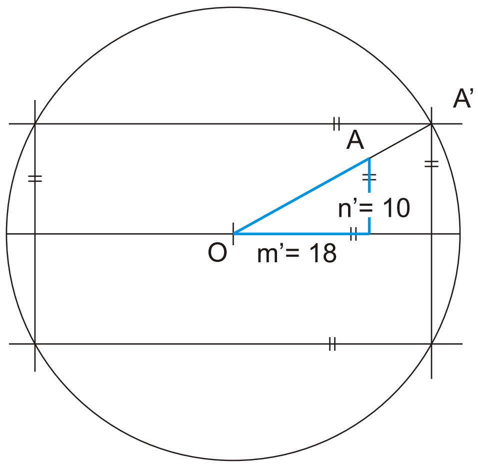
7. Al ver un cuadrado circunscrito a un triángulo equilátero y con un vértice común, observamos que el vértice del cuadrado opuesto a este se halla necesariamente en la intersección del arco capaz de 90° del lado EF del triángulo con la mediatriz del mismo lado. Así pues, no tenemos más que dibujar ambos lugares geométricos para hallar C, y desde él trazar rectas que lo unan con los extremos del lado EF del triángulo, prolongando dichas rectas. Si trazamos paralelas a estas por el vértice común A, cerraremos el cuadrado circunscrito.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

PARALELOGRAMOS

8. En una circunferencia dada O inscribir un rectángulo conociendo la relación de los lados m=18/n=10. (El radio de la circunferencia es de 30mm.).



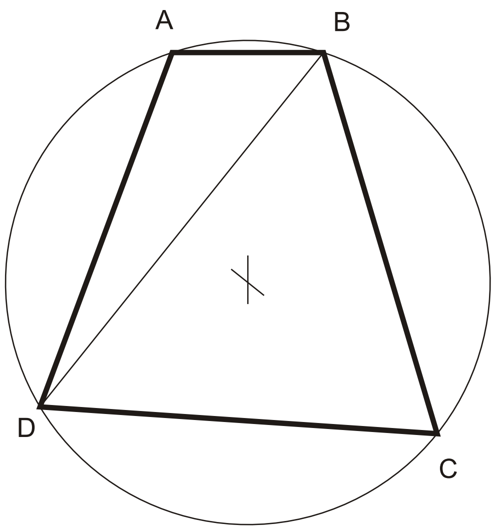


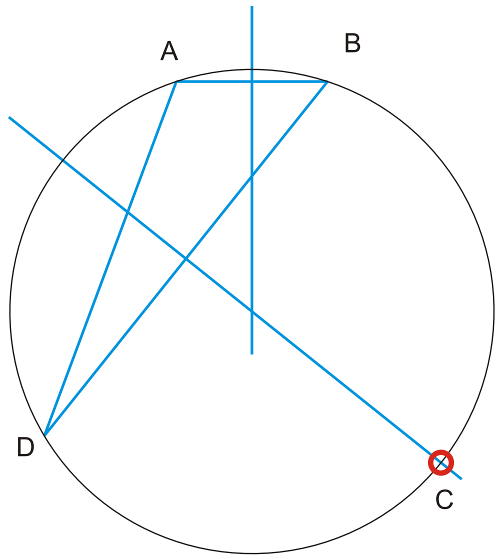
8. En la figura de análisis observamos que la misma relación que tienen los lados del triángulo buscado es la de sus mitades. A su vez, todos los rectángulos semejantes concéntricos, si están colocados en la misma posición, tienen sus diagonales en la misma recta. Basándonos en una homotecia de centro el de la circunferencia dada, situamos un segmento de medida 18 unidades desde dicho centro, y por su extremo levantamos otro de medida 10unidades. Unimos sus extremos por medio de un segmento, cerrando un triángulo rectángulo que será homotético del de la solución y cuya hipotenusa está contenida en la diagonal común. Prolongando dicha hipotenusa obtenemos la semidiagonal del rectángulo solución, y desde su punto de corte con la circunferencia podemos cerrar el rectángulo buscado por paralelismo.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPEZOIDES

1. Construir un cuadrilátero ABCD inscriptible en una circunferencia de modo que AB= 20mm, BD=60 y AD=50mm, siendo BC=CD.



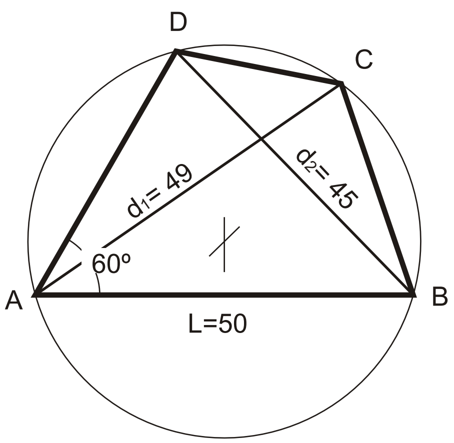


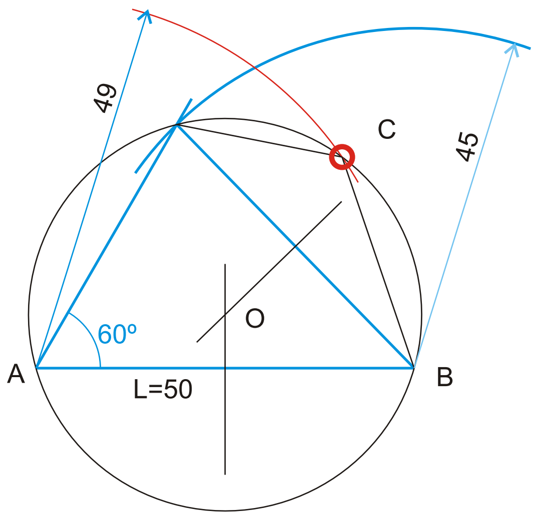
1. La circunferencia circunscrita al cuadrilátero también lo estará al triángulo ABD, por lo que construimos dicho triángulo con los datos que tenemos y dibujamos la circunferencia circunscrita al mismo. Como los dos lados que faltan son iguales, podemos dibujar un triángulo isósceles con ellos u la diagonal BD, cuya mediatriz pasará por el vértice opuesto C, en su punto de corte con la circunferencia.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPEZOIDES

2. Construir un cuadrilátero inscriptible del que se conocen: lado l=50mm, ángulo adyacente A=60° y las diagonales d_1= 49mm y d_2= 45mm.



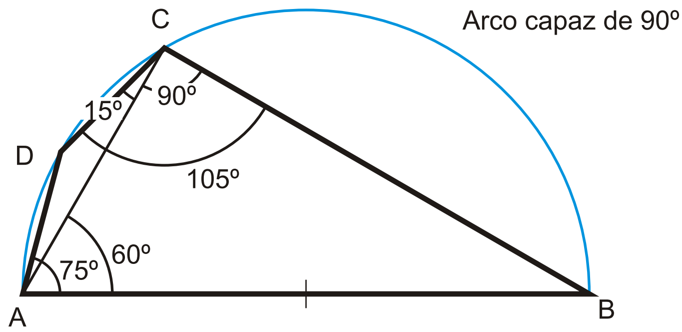


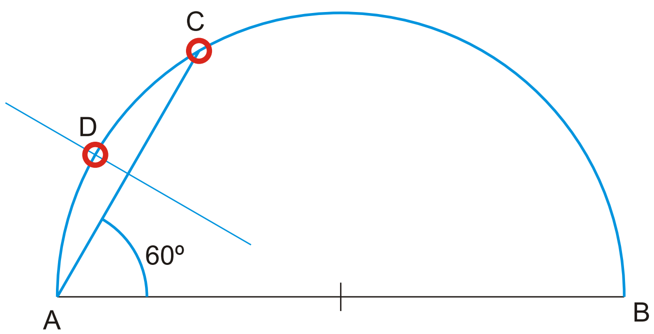
2. En la figura de análisis comprobamos que se puede dibujar un triángulo con el lado dado, la diagonal menor d_2 y el lado que forma 60° con el anterior. La circunferencia circunscrita a este triángulo también lo es al cuadrilátero buscado, por lo que basta dibujarlo, hallar su circunferencia circunscrita y por último dibujar un arco de centro A y radio la medida de la diagonal d_1, hallando así el vértice que falta, C, en su punto de intersección con la circunferencia.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPEZOIDES

3. Construir un cuadrilátero ABCD tal que AB=75mm, ángulo DAB=75°, ángulo BCD= 105°, ángulo DCA= 15° y AD= CD.



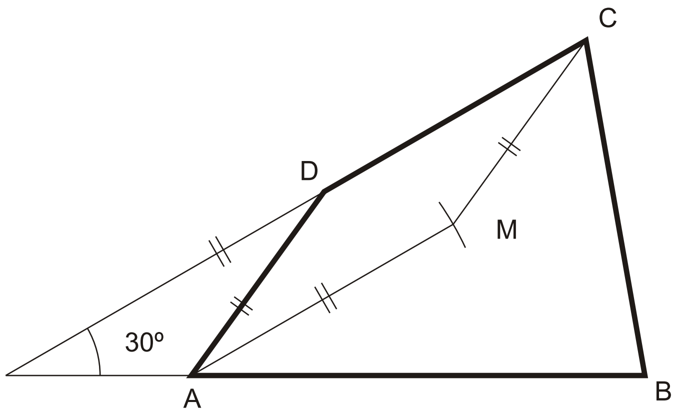


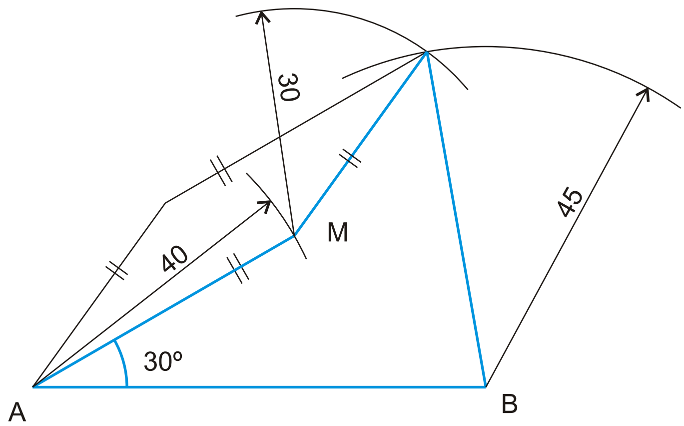
3. Analizando los ángulos en la figura inicial, observamos que el vértice C se encuentra en el arco capaz de 90° del lado AB conocido. Además, al ser los lados AD y CD iguales, podemos ver un triángulo isósceles de lado desigual AC y de ángulos iguales de 15° .Restando esos 15° a los 75° dados como dato para el ángulo de vértice A, obtenemos el ángulo de 60° en cuyo lado también está el vértice C. Dibujamos por tanto estos dos trazados y en su intersección hallamos C. Al ser AC el lado desigual de un triángulo isósceles, la mediatriz de este segmento pasa por el vértice D en su punto de intersección con el arco capaz dibujado.

PROBLEMAS SOBRE CUADRILÁTEROS SACADOS DE PAU Y DE MODELOS

TRAPEZOIDES

4. Dibujar un cuadrilátero conocidos sus lados AB=60mm, BC=45mm, CD=40mm, DA=30mm, y el ángulo que forman los lados AB y CD=30°.





4. Aunque sabemos la medida de los cuatro lados, no podemos situarlos al desconocer ángulos relativos entre ellos o alguna de las diagonales. Sin embargo, si trazamos por A una paralela al lado CD con su misma medida, y por C otra paralela al lado AD igual, obtenemos el punto M, vértice de otro cuadrilátero que sí podemos dibujar, ya que AM forma con AB el mismo ángulo que formaría CD. Para que cumpla las condiciones buscadas, una vez dibujado desplazamos el lado AM hasta hacer que se apoye en C y el lado CM hasta que lo haga en A, obteniendo así el cuadrilátero solución.