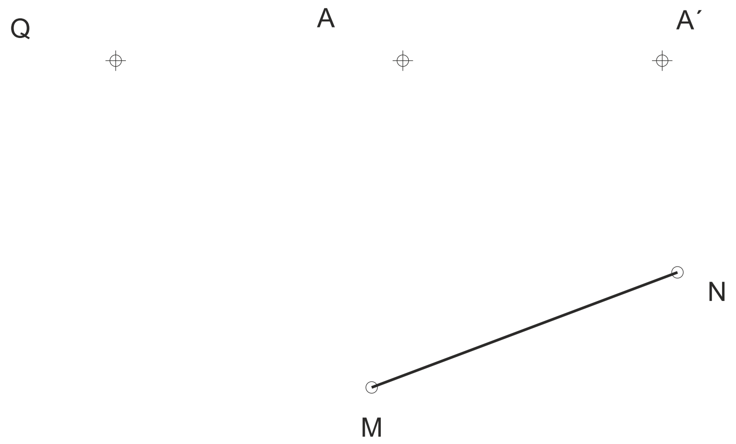
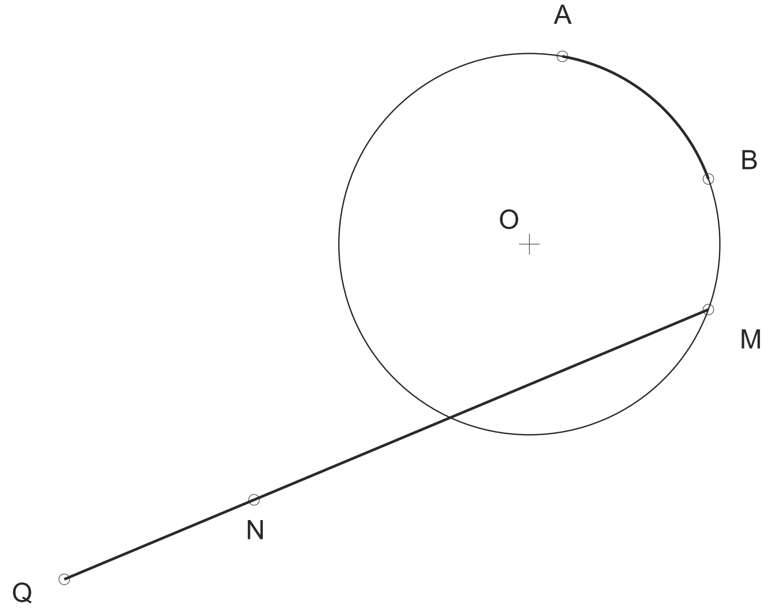
Ejercicios sobre inversión geométrica.

1. En la inversión de centro Q y puntos inversos A y A’, hallar la figura inversa del segmento MN.

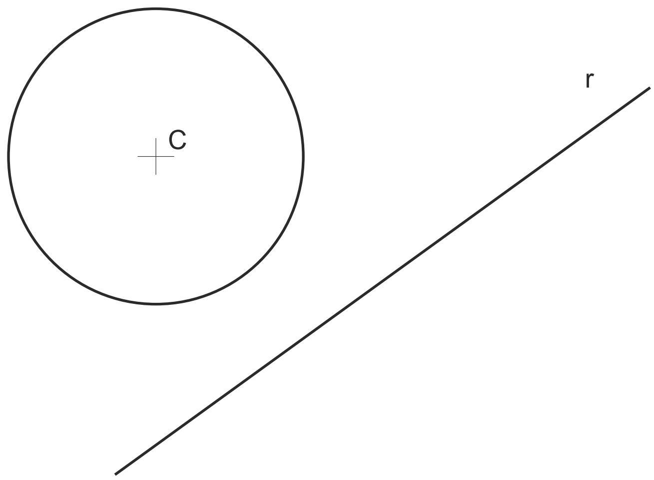


2. En la inversión de centro Q y par de puntos inversos M y N, hallar la figura inversa del arco AB de la circunferencia de centro O.

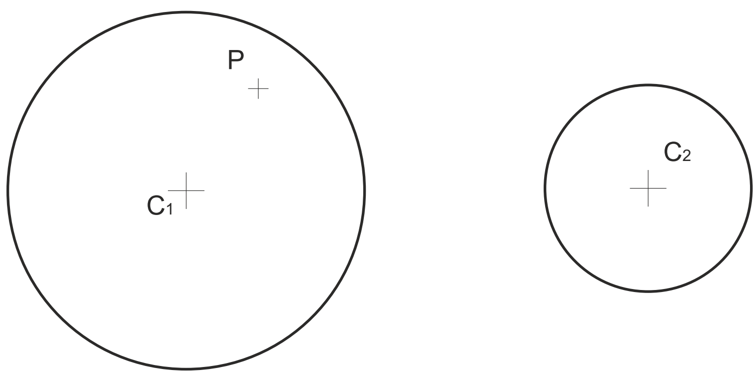


Ejercicios sobre inversión geométrica.

3. Dibujar la c.p.d. de la inversión que transforma la recta r en la circunferencia de centro C.

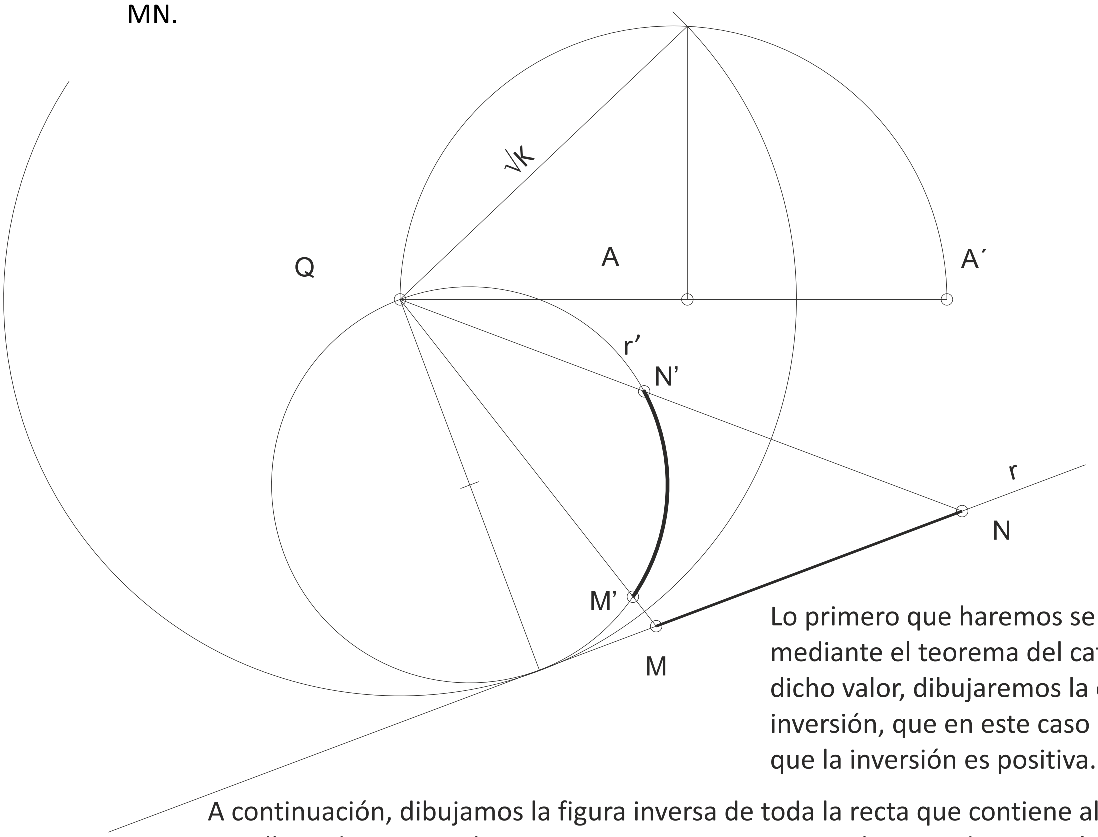


4. Hallar el inverso del punto P en una inversión negativa que transforma la circunferencia de centro C1 en la de centro C2.



Ejercicios sobre inversión geométrica.

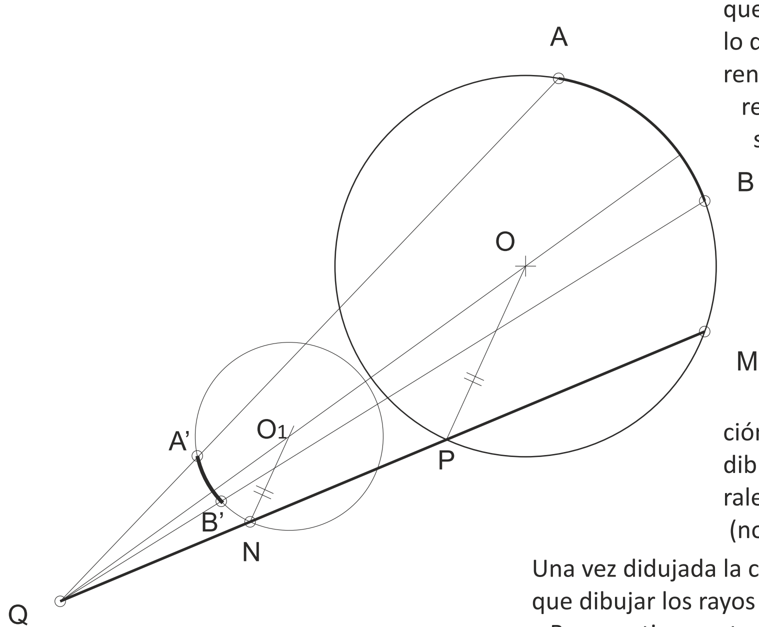
1. En la inversión de centro Q y puntos inversos A y A’, hallar la figura inversa del segmento MN.



Lo primero que haremos será hallar el valor de √K mediante el teorema del cateto. Una vez hallado dicho valor, dibujaremos la circunferencia de auto-inversión, que en este caso es de puntos dobles, ya que la inversión es positiva.

A continuación, dibujamos la figura inversa de toda la recta que contiene al segmento MN (la hemos llamado recta r; al ser una recta que no pasa por el centro de inversión, la figura inversa es una circunferencia que sí lo hace. Casualmente, la recta r es tangente a la c.p.d, por lo que la circunferencia inversa también lo es, en el mismo punto, que es inverso de sí mismo, y diametralmente opuesto de Q. Por último, unimos los puntos M y N con el centro de inversión, hallando los puntos M’ y N’, que determinan el arco inverso del segmento dado.

2. En la inversión de centro Q y par de puntos inversos M y N, hallar la figura inversa del arco AB de la circunferencia de centro O.

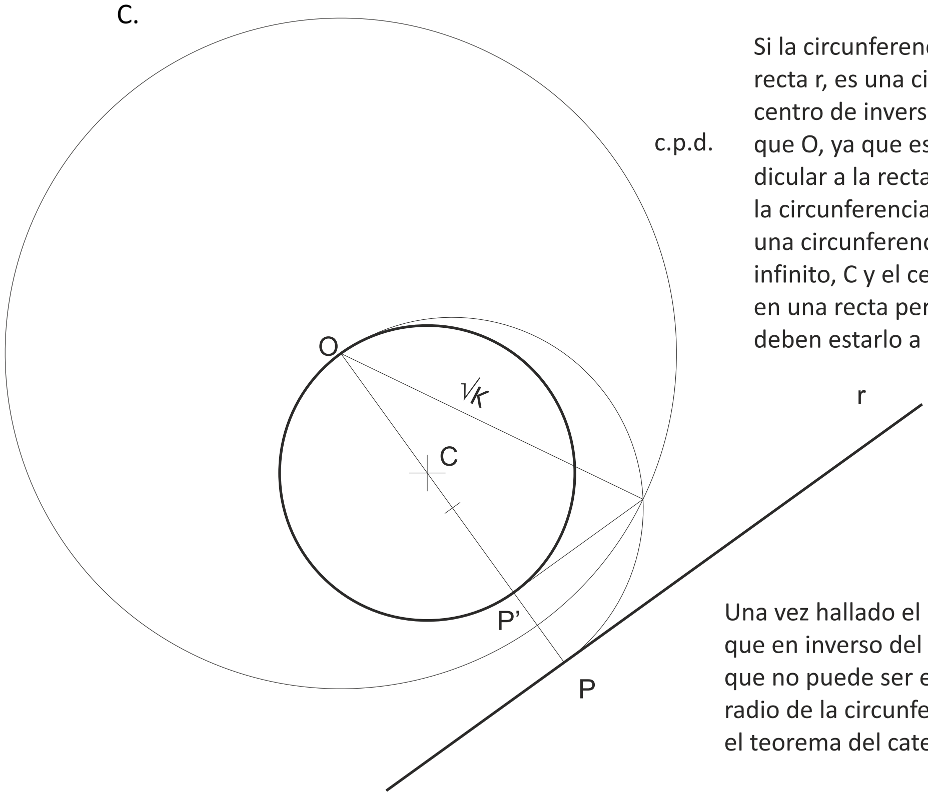


El arco AB pertenece a una circunferencia que no pasa por el centro de inversión, por lo que su figura inversa será otra circunferencia que tampoco lo haga. Las circunferencias inversas son antihomotéticas y sus centros sí son homotéticos. Esto signfica que podemos hallar el centro O_1 de la circunferencia inversa de la dada en el rayo QO, considerando que, al ser M y N puntos inversos, los radios que los unen con los centros de sus circunferencias no son homotéticos (paralelos), sino que hay que identificar primero el punto P, el otro de intersección entre el rayo QM y la circunferencia dada, dibujar el radio que pasa por él, y trazar la paralela a este radio por N, punto homotético (no inverso) de P.

Una vez didujada la circunferencia inversa de la dada, solo hay que dibujar los rayos QA y QB, para hallar A’ y B’, inversos de A y B respectivamente. Por último, repasamos el arco A’B’, solución del ejercicio.

Ejercicios sobre inversión geométrica.

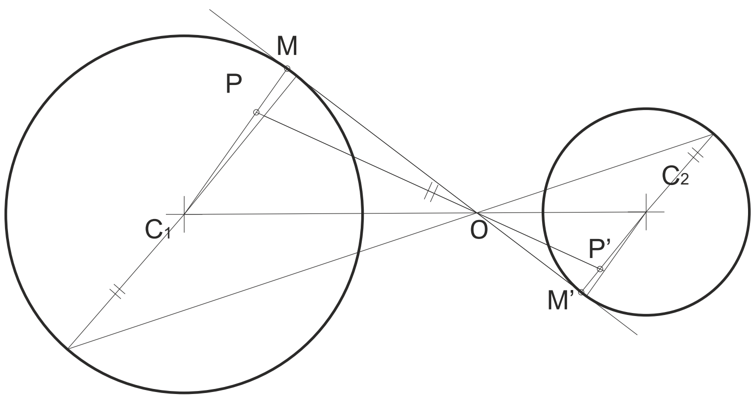
3. Dibujar la c.p.d. de la inversión que transforma la recta r en la circunferencia de centro C.



Si la circunferencia de centro C es inversa de la recta r, es una circunferencia que pasa por el centro de inversión, y este no puede ser otro que O, ya que es el único que está en la perpendicular a la recta r que contiene al centro C de la circunferencia, ya que si consideramos r como una circunferencia de centro impropio y radio infinito, C y el centro de r deben estar alineados en una recta perpendicular a dicha recta, y ambos deben estarlo a su vez con el centro de inversión.

Una vez hallado el centro de inversión O y sabiendo que en inverso del pie de la perpendicular P es P', ya que no puede ser el centro de inversión, hallamos el radio de la circunferencia de autoinversión utilizando el teorema del cateto, y la dibujamos.

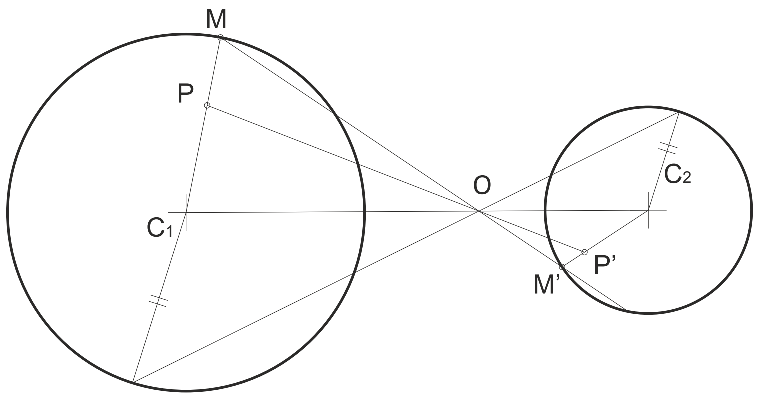
4. Hallar el inverso del punto P en una inversión negativa que transforma la circunferencia de centro C1 en la de centro C2.



La recta M-M' no es tangente común interior a las dos circunferencias, sino secante a ellas, por lo que se pueden dibujar dos radios en cada una desde sus puntos de intersección. Es en uno de estos radios en el que hay que buscar el inverso de P. Al ser una inversión negativa, el punto más alejado de O tiene su inverso en el radio más cercano a O en su lado opuesto.

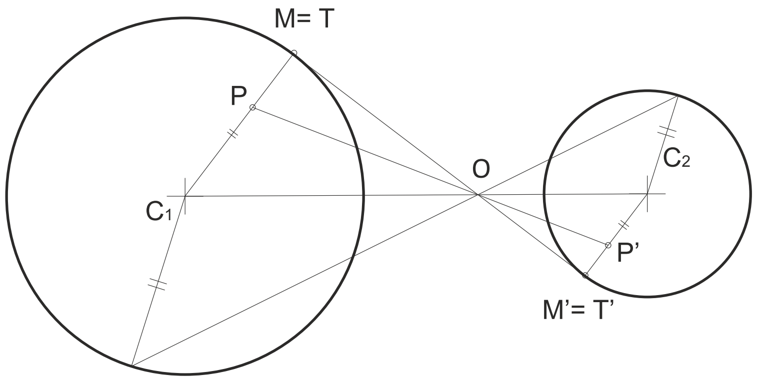
VER LA EXPLICACIÓN DE LA PÁGINA SIGUIENTE.

Hallar el inverso del punto P en una inversión negativa que transforma la circunferencia de centro C1 en la de centro C2.



Con esta disposición de datos, podemos ver claramente cómo, una vez hallado el centro de inversión O, los puntos M y M’, inversos entre sí, son extremos de radios QUE NO SON PARALELOS ENTRE SÍ, ya que, como vimos antes, las circunferencias inversas son antihomotéticas, no homotéticas, relación que solo tienen sus centros. Por tanto, los radios inversos no son paralelos entre sí.

A CONTINUACIÓN, VEMOS LA ÚNICA DISPOSICIÓN DE DATOS QUE PERMITE HALLAR EL PUNTO P’, INVERSO DE P, MEDIANTE EL TRAZADO DE RADIOS PARALELOS ENTRE SÍ.



Como podemos ver, al dibujar el radio C_1 P, el extremo de dicho radio, M, es el punto de tangencia de la tangente común interior a ambas circunferencias, cosa que podemos comprobar observando que el radio y el rayo MO son perpendiculares entre sí. En este caso, la recta solo produce un punto y su inverso en la segunda circunferencia, por lo que los radios que pasan por dichos puntos, aun siendo inversos, también son paralelos entre sí.